

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA UNIDAD CULHUACAN

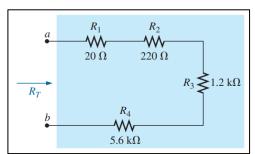
GUIA PARA EL EXAMEN DE TEORIA DE CIRCUITOS ELECTRICOS

1. CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA EN SERIE

1.1. Resistencias en serie

Problema 1.1.1.

Determina la resistencia total de la conexión en serie de la siguiente figura. Nota que todos los resistores que aparecen en esta red tienen valores estándar.



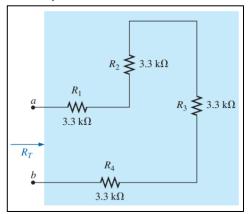
Solución:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

 $R_T = 20 \Omega + 220\Omega + 1.2k\Omega + 5.6k\Omega$
 $R_T = 7040\Omega = \mathbf{7.04k\Omega}$

Problema 1.1.2.

Encuentra la resistencia total de los resistores en serie de la siguiente figura. De nuevo, nota $3.3k\ \Omega$ como un valor estándar.



$$R_T = NR$$

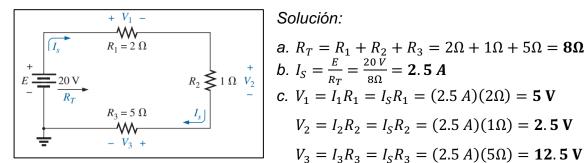
 $R_T = (4)(3.3k\Omega) = 13.2k\Omega$

1.2. Circuitos en serie

Problema 1.2.1.

Para el circuito en serie siguiente:

- a) Encuentra la resistencia total R_T
- b) Calcula la corriente resultante I_S
- c) Determina el voltaje a través de cada resistor



Solución:

a.
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 2\Omega + 1\Omega + 5\Omega = 8\Omega$$

b.
$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{20 \text{ V}}{80} = 2.5 \text{ A}$$

c.
$$V_1 = I_1 R_1 = I_S R_1 = (2.5 A)(2\Omega) = 5 V$$

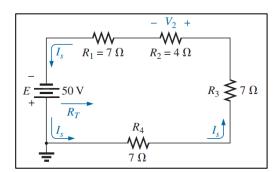
$$V_2 = I_2 R_2 = I_S R_2 = (2.5 A)(1\Omega) = 2.5 V$$

$$V_3 = I_3 R_3 = I_5 R_3 = (2.5 A)(5\Omega) = 12.5 V$$

Problema 1.2.2.

Para el circuito en serie siguiente:

- a) Encuentra la resistencia total R_T
- b) Determina la corriente resultante I_S e indica su dirección en el circuito
- c) Encuentra el voltaje que pasa a través de R2 e indica su polaridad en el circuito



Solución:

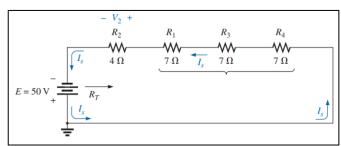
a.
$$R_T = R_2 + NR = 4\Omega + (3)(7\Omega) = 25\Omega$$

b. Debido a la manera en que se encuentra conectada la fuente, la corriente tiene dirección contraria a las manecillas del reloj.

$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{50 V}{25\Omega} = 2 A$$

c. La dirección de la corriente define la polaridad para V_2

$$V_2 = I_2 R_2 = I_S R_2 = (2 A)(4\Omega) = 8 V$$

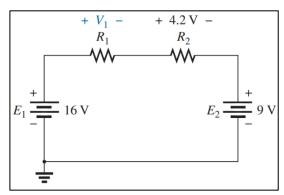


Redibujo del circuito

1.3. Ley de Voltaje de Kirchhoff

Problema 1.3.1.

Usa la Ley de Voltaje de Kirchoff para determinar el voltaje desconocido del siguiente circuito.



Solución:

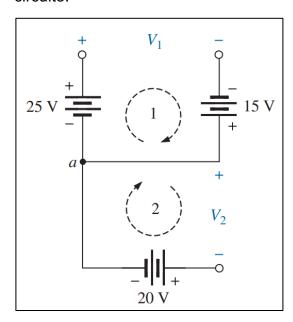
Aplicación de la Ley de Voltaje de Kirchhoff al circuito en dirección de las manecillas del reloj

$$+E_1 - V_1 - V_2 + E_2 = 0$$

 $V_1 = E_1 - V_2 - E_2$
 $V_1 = 16 V - 4.2 V - 9 V = 2.8 V$

Problema 1.3.2.

Usando la Ley de Voltaje de Kirchhoff, determina los voltajes V_1 y V_2 del siguiente circuito.



Solución:

Para el camino 1, iniciando en el punto *a* en dirección de las manecillas del reloj

$$+25 V - V_1 + 15 V = 0$$

$$V_1 = 40 V$$

Para el camino 2, iniciando en el punto a en dirección de las manecillas del reloj

$$-V_2-20\ V=0$$

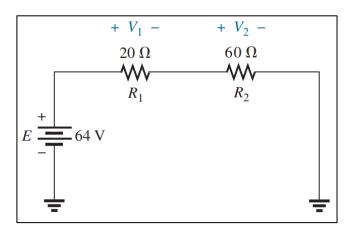
$$V_2 = -20 V$$

1.4. División de voltaje en un circuito en serie

Problema 1.4.1.

Para el circuito en serie siguiente:

- a) Sin hacer cálculos, ¿Qué tan grande se espera que sea el voltaje a través de R_2 comparado con el que hay a través de R_1 ?
- b) Encuentra el voltaje V_1 usando sólo la regla de división de voltaje
- c) Determina el voltaje a través de R₂
- d) Usa la regla de división de voltaje para determinar el voltaje a través de R₂ y compara tu respuesta con el inciso c)
- e) ¿Cómo se compara la suma de V_1 y V_2 al voltaje aplicado?



Solución:

a. Debido a que el resistor R_2 es tres veces R_1 , se espera que $V_2 = 3V_1$

b.
$$V_1 = R_1 \frac{E}{R_T} = 20\Omega \left(\frac{64 \text{ V}}{80\Omega} \right) = \mathbf{16 \text{ V}}$$

c. $V_2 = 3V_1 = 3(16 \text{ V}) = \mathbf{48 \text{ V}}$

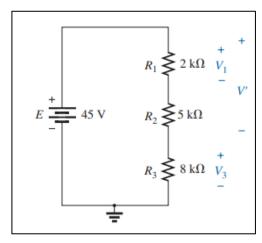
c.
$$V_2 = 3V_1 = 3(16 V) = 48 V$$

d.
$$V_2 = R_2 \frac{E}{R_T} = 60\Omega \left(\frac{64 \text{ V}}{80\Omega} \right) = 48 \text{ V}$$

e. Los resultados están sincronizados $E = V_1 + V_2 = 16 V + 48 V = 64 V$

Problema 1.4.2.

Determina el voltaje (mostrado como V') a través de la combinación en serie de los resistores R_1 y R_2



Debido a que el voltaje deseado se encuentra a través de R_1 y R_2 , la suma de estos se sustituye como R'

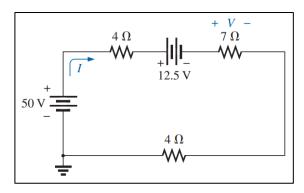
$$R' = R_1 + R_2 = 2k\Omega + 5k\Omega = 7k\Omega$$

$$R' = R_1 + R_2 = 2k\Omega + 5k\Omega = \mathbf{7}\mathbf{k}\mathbf{\Omega}$$
$$V' = R'\left(\frac{E}{R_T}\right) = 7k\Omega\left(\frac{45 \text{ V}}{15k\Omega}\right) = \mathbf{21} \text{ V}$$

1.5. Intercambiando elementos en serie

Problema 1.5.1.

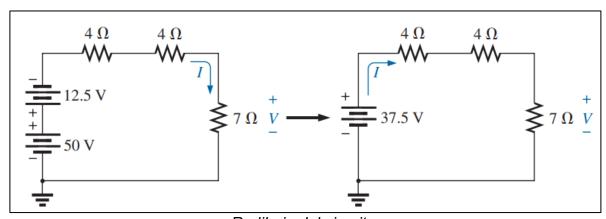
Determina I y el voltaje a través de la resistencia de 7Ω para el siguiente circuito.



$$R_T = (2)(4\Omega) + 7\Omega = \mathbf{15}\Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{37.5 \, V}{15\Omega} = \mathbf{2.5} \, \mathbf{A}$$

$$V_{7\Omega} = IR = (2.5 A)(7 \Omega) = 17.5 V$$



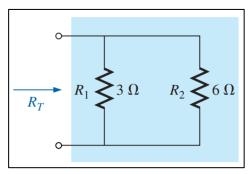
Redibujo del circuito

2. CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA EN PARALELO

2.1. Resistencias en paralelo

Problema 2.1.1.

- a) Encuentra la conductancia total del circuito en paralelo
- b) Encuentra la resistencia total del mismo circuito usando los resultados del inciso a)



b.
$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{0.5 \text{ S}} = 2\Omega$$

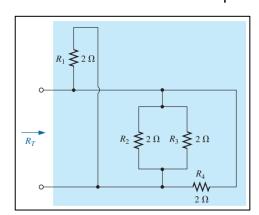
Solución:

a.
$$G_{1\pi} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{3\Omega} = \mathbf{0.333} \, \mathbf{S}$$

 $G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6\Omega} = \mathbf{0.167} \, \mathbf{S}$
 $G_T = G_1 + G_2 = 0.333 \, S + 0.167 \, S = \mathbf{0.5} \, \mathbf{S}$

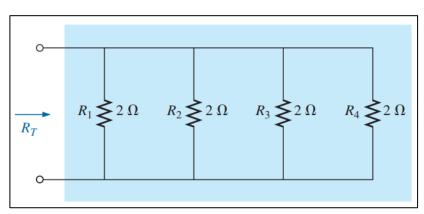
Problema 2.1.2.

Encuentra la resistencia total para la configuración del siguiente circuito.



Solución:

$$R_T = \frac{R}{N} = \frac{2\Omega}{4} = \mathbf{0.5\Omega}$$



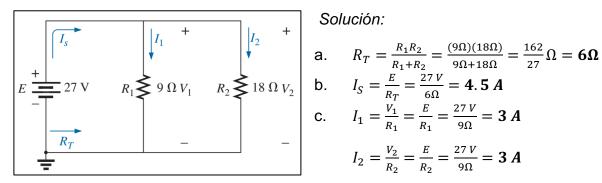
Redibujo del circuito

2.2. Circuitos en paralelo

Problema 2.2.1.

Para el circuito en paralelo:

- a) Encuentra la resistencia total
- b) Calcula la corriente de la fuente
- c) Determina la corriente a través de cada rama paralela
- d) Demuestra que se cumple la ecuación $I_S = I_1 + I_2$



a.
$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(9\Omega)(18\Omega)}{9\Omega + 18\Omega} = \frac{162}{27}\Omega = 6\Omega$$

b.
$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{27 V}{60} = 4.5 A$$

c.
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{27 \text{ V}}{90} = 3 \text{ A}$$

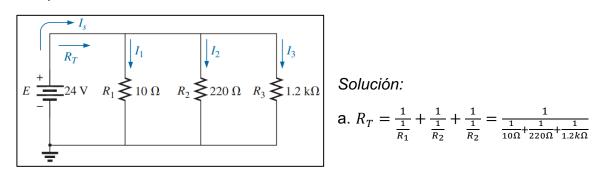
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{27 V}{9\Omega} = 3 A$$

d.
$$I_S = 4.5 A = I_1 + I_2 = 3 A + 1.5 A = 4.5 A$$

Problema 2.2.2.

Para el circuito en paralelo:

- a) Encuentra la resistencia total
- b) Calcula la corriente de la fuente
- c) Determina la corriente a través de cada rama



a.
$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}} + \frac{1}{\frac{1}{R_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{220\Omega} + \frac{1}{1.2k\Omega}}$$

$$R_T = \frac{1}{100 \times 10^{-3} + 4.545 \times 10^{-3} + 0.833 \times 10^{-3}} = \frac{1}{105.38 \times 10^{-3}} = R_T = 9.49\Omega$$

b.
$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{24 V}{9.49 \Omega} = 2.53 A$$

c.
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{24 V}{10\Omega} = \mathbf{2.4 A}$$

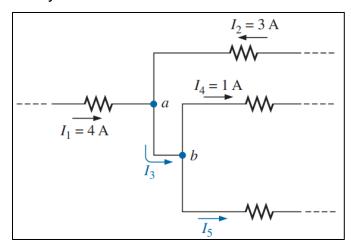
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{24 V}{220\Omega} = \mathbf{0.11} A$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{E}{R_1} = \frac{24 V}{1.2 k\Omega} = \mathbf{0.02} A$$

2.3. Ley de la Corriente de Kirchhoff

Problema 2.3.1.

Determina las corrientes I_3 e I_5 en el circuito siguiente a través de la aplicación de la Ley de Corriente de Kirchhoff.



Solución:

En el nodo a

$$\Sigma I_i = \Sigma I_0$$

 $I_1 + I_2 = I_3$
 $4 A + 3 A = I_3 = 7 A$

En el nodo b

$$\Sigma I_{i} = \Sigma I_{0}$$

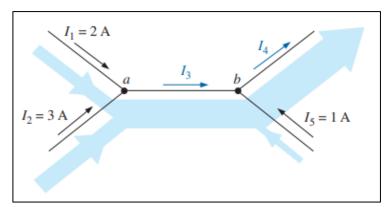
$$I_{3} = I_{4} + I_{5}$$

$$7 A = 1 A + I_{5}$$

$$I_{5} = 7 A - 1 A = 6 A$$

Problema 2.3.2.

Determina las corrientes I_3 e I_5 en el circuito siguiente a través de la aplicación de la Ley de Corriente de Kirchhoff.



Solución:

En el nodo a:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_0$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$2A + 3A = I_3 = 5A$$

En el nodo b

$$\Sigma I_i = \Sigma I_0$$

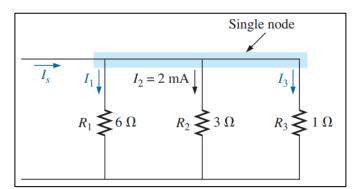
$$I_3 + I_5 = I_4$$

$$5 A + 1 A = I_4 = 6 A$$

2.4. Ley de División de Corriente

Problema 2.4.1.

- a) Determina las corrientes I_1 e I_3 para el circuito siguiente
- b) Encuentra la corriente de la fuente I_S



Solución:

a. Debido que R_1 es dos veces R_2 , la corriente I_1 debe ser la mitad de I_2

$$I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{2 mA}{2} = \mathbf{1} mA$$

Debido a que R_2 es tres veces R_3 , la corriente I_3 debe ser tres veces I_2

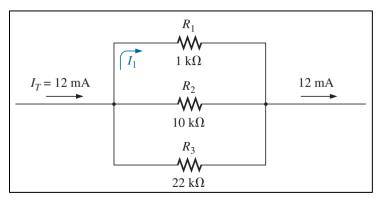
$$I_3 = 3I_2 = 3(2 mA) = 6 mA$$

b.
$$\Sigma I_i = \Sigma I_0$$

 $I_S = I_1 + I_2 + I_3$
 $I_S = 1 mA + 2 mA + 6 mA = 9 mA$

Problema 2.4.2.

Para el circuito en paralelo siguiente, determina la corriente I_1



$$R_{T} = \frac{1}{\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{3}} + \frac{1}{R_{3}}}$$

$$R_{T} = \frac{1}{\frac{1}{1k\Omega} + \frac{1}{10k\Omega} + \frac{1}{22k\Omega}}$$

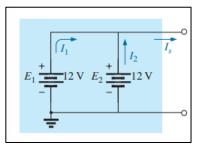
$$R_T = \frac{1}{1 \times 10^{-3} + 100 \times 10^{-6} + 45.46 \times 10^{-6}} = \frac{1}{1.145 \times 10^{-3}} = 873.01\Omega$$

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I_T = \frac{873.01\Omega}{1\text{k}\Omega} (12 \text{ mA}) = (0.873)(12 \text{ mA}) = \mathbf{10.48} \, \mathbf{mA}$$

2.5. Fuentes de voltaje en paralelo

Problema 2.5.1.

Determina la forma para obtener energía resultante después de colocar dos baterías del mismo voltaje en paralelo.



Solución:

$$I_{1} = I_{2} = I$$

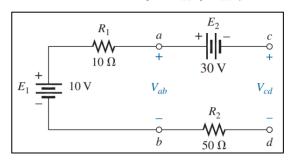
$$P_{T} = E(I_{1} + I_{2}) = E(I + I) = E(2I) = 2(EI) = 2P$$

Recuerda que, para fuentes de voltaje en paralelo, únicamente se pueden utilizar baterías del mismo voltaje. Si por alguna razón se hace uso de baterías con diferentes voltajes, ambas se vuelven ineficientes o se dañan, esto debido a que la batería con mayor voltaje se descarga rápidamente a través de la batería con menor voltaje terminal.

2.6. Circuitos en corte y abiertos

Problema 2.6.1.

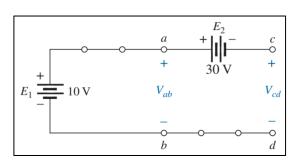
Determina los voltajes V_{ab} y V_{cd} para el siguiente circuito:



Solución:

Debido a que el circuito es abierto, las dos resistencias tienen caídas de $0\,V$, por lo que se pueden reemplazar por circuitos en corte

$$V_{ab}=E_1=\mathbf{10}\ V$$



Usando la Ley de Kirchhoff para voltaje

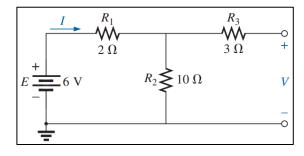
$$+E_1 - E_2 - V_{cd} = 0$$

 $V_{cd} = E_1 - E_2 = 10 V - 30 V = -20 V$

Redibujo del circuito

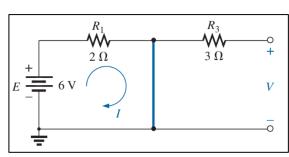
Problema 2.6.2.

Determina V e I para el siguiente circuito si la resistencia R_2 se encuentra en corto



Solución:

La corriente a través de la resistencia de 3Ω es cero debido a que el circuito se encuentra en corte, provocando que toda la corriente I pase a través del jumper. Debido a que $V_{3\Omega} = IR = (0)R = 0V$, el voltaje V pasa directo a través del corto



$$V = \mathbf{0} V$$

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{6}{2\Omega} = \mathbf{3} A$$

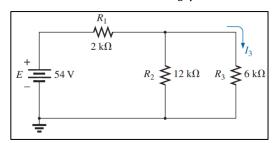
Redibujo del circuito con jumper en R₂

3. CIRCUITOS EN SERIE-PARALELO

Circuitos en serie-paralelo

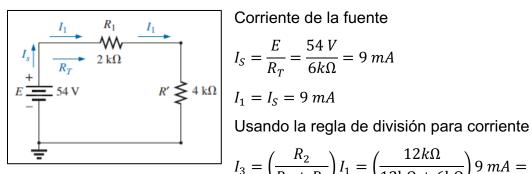
Problema 3.1.1.

Encuentra la corriente I_3 para el circuito en serie-paralelo siguiente.



Como
$$R_2$$
 y R_3 están en paralelo
$$R' = R_2 ||R_3| = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(12k\Omega)(6k\Omega)}{12k\Omega + 6k\Omega} = 4k\Omega$$

$$R_T = R_1 + R' = 2k\Omega + 4k\Omega = 6k\Omega$$



Corriente de la fuente

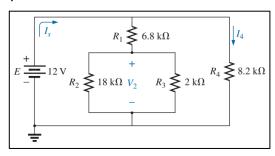
$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{54 \text{ V}}{6k\Omega} = 9 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_S = 9 \, mA$$

$$I_3 = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) I_1 = \left(\frac{12k\Omega}{12k\Omega + 6k\Omega}\right) 9 mA = 6 mA$$

Problema 3.1.2.

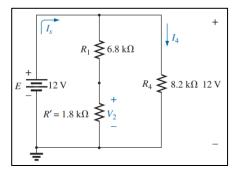
Determina las corrientes I_4 e I_S y el voltaje V_2 para el siguiente circuito en serieparalelo.



$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(18k\Omega)(2k\Omega)}{18k\Omega + 2k\Omega} = 1.8k\Omega$$

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{E}{R_4} = \frac{12 V}{8.2k\Omega} = 1.46 \text{ mA}$$

Usando la regla para división de voltaje



$$V_{2} = \left(\frac{R'}{R' + R_{1}}\right) E = \left(\frac{1.8k\Omega}{1.8k\Omega + 6.8k\Omega}\right) 12 V = 2.51 V$$

Ley de corriente de Kirchhoff
$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R'} = \frac{12 \text{ V}}{6.8k\Omega + 1.8k\Omega} = 1.40 \text{ mA}$$

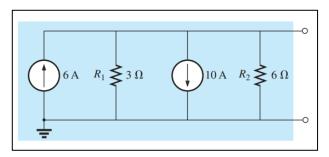
$$I_S = I_1 + I_4 = 1.40 \ mA + 1.46 \ mA = 2.86 \ mA$$

4. MÉTODOS DE ANÁLISIS Y TEMAS SELECTOS (CORRIENTE CONTINUA)

4.1. Fuentes de corriente en paralelo

Problema 4.1.1.

Reduce la siguiente fuente de corriente en paralelo a una fuente de corriente única.

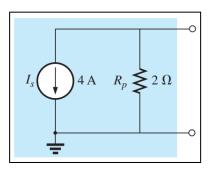


Solución:

$$I = 10 A - 6 A = 4 A$$

Resistencia interna

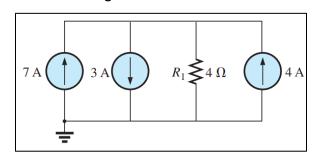
$$R_p = 3\Omega || 6\Omega = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega + 6\Omega} = 2\Omega$$



Reducción equivalente del circuito

Problema 4.1.2.

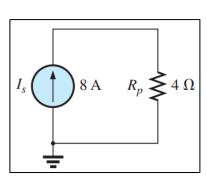
Reduce la siguiente fuente de corriente en paralelo a una fuente de corriente única.



Solución:

$$I = 7 A + 4 A - 3 A = 8 A$$

La resistencia interna queda de la misma manera

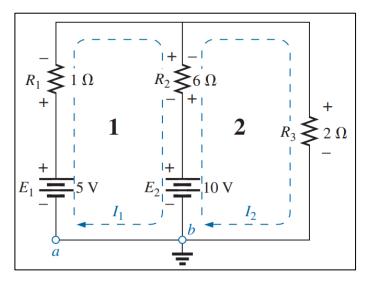


Reducción equivalente del circuito

4.2. Análisis de malla (acercamiento general)

Problema 4.2.1.

Encuentra la corriente a través de cada rama del circuito siguiente.



Solución:

Loop 1, iniciando en el punto a

$$+E_1-V_1-V_2-E_2=0$$
 (dirección de las manecillas de reloj)
 $+5~V-(1\Omega)I_1-(6\Omega)(I_1-I_2)-10~V=0$

Loop 2, iniciando en el punto b

$$E_2-V_2-V_3=0$$
 (dirección de las manecillas del reloj)
$$+10\,V-(6\Omega)({\rm I}_2-I_1)-(2\Omega){\rm I}_2=0$$

Se reescriben las ecuaciones como:

$$\begin{cases} 5 - I_1 - 6_I + 6I_2 - 10 = 0 \\ 10 - 6I_2 + 6I_1 - 2I_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} -7I_1 + 6I_2 = 5 \\ +6I_1 - 8I_2 = -10 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -10 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{-40 + 60}{56 - 36} = \frac{20}{20} = \mathbf{1} \mathbf{A}$$

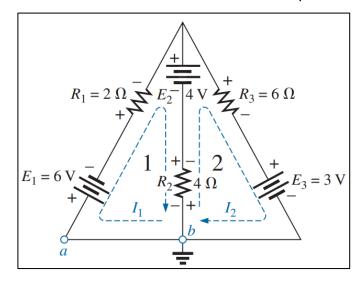
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 5 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}}{20} = \frac{70 - 30}{20} = \frac{40}{20} = \mathbf{2} \mathbf{A}$$

$$I_2 > I_1 (2 A > 1 A)$$

$$I_{R2}=I_2-I_1=2\,A-1\,A={f 1}\,{f A}$$
 en la dirección de I_2

Problema 4.2.2.

Encuentra las corrientes de cada rama para el siguiente circuito.



Solución:

Loop 1, iniciando en el punto a

$$-E_1-I_1R_1-E_2-V_2=0$$
 (dirección de las manecillas del reloj)
$$-6\ V-(2\Omega)I_1-4\ V-4(\Omega)(I_1-I_2)=0$$

Loop 2, iniciando en el punto b

$$-V_2+E_2-V_3-E_3=0$$
 (dirección de las manecillas del reloj)
$$-(4\Omega)(\mathrm{I}_2-I_1)+4\,\mathrm{V}-(6\Omega)(\mathrm{I}_2)-3\,\mathrm{V}=0$$

Se reescriben las ecuaciones como:

$$\begin{cases} -10 - 4I_1 - 2I_1 + 4I_2 = 0 \\ +1 + 4I_1 + 4I_2 - 6I_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} (-6I_1 + 4I_2 = +10)(-1) \\ +4I_1 - 10I_2 = -1 \end{cases} \begin{cases} 6I_1 - 4I_2 = -10 \\ +4I_1 - 10I_2 = -1 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -1 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -10 \end{vmatrix}} = \frac{100 - 4}{-60 + 16} = \frac{96}{-44} = -2.18 A$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -10 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{-44} = \frac{-6 + 40}{-44} = \frac{34}{-44} = -0.77 A$$

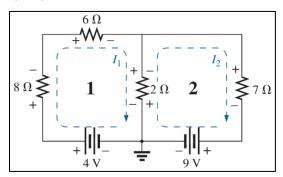
$$I_1 - I_2 = -2.18 A - (-0.77 A)$$

$$I_1-I_2=-2.18\,A+0.77\,A=-{f 1.41}\,{f A}$$
 en dirección opuesta a I_1

4.3. Análisis de malla (acercamiento de formato)

Problema 4.3.1.

Escribe las ecuaciones de malla para el siguiente circuito y encuentra la corriente que pasa a través de la resistencia de 7Ω .



Solución:

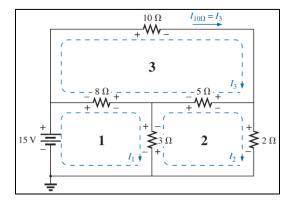
Siguiendo dirección de manecillas del reloj

$$\begin{vmatrix} I_1 : (8\Omega + 6\Omega + 2\Omega)I_1 - (2\Omega)I_2 = 4 V \\ I_2 : (7\Omega + 2\Omega)I_2 - (2\Omega)I_1 = -9 V \\ I_1 : 16I_1 - 2I_2 = 4 & 16I_1 - 2I_2 = 4 \\ I_2 : 9I_2 - 2I_1 = -9 & 9I_2 - 2I_1 = -9 \end{vmatrix}$$

$$I_2 = I_{7\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 16 & 4 \\ -2 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{-144 + 8}{144 - 4} = \frac{-136}{140} = -0.97 A$$

Problema 4.3.2.

Encuentra la corriente que pasa a través de la resistencia de 10Ω para el siguiente circuito.



$$\begin{split} I_1 \colon & (8\Omega + 3\Omega) I_1 - (8\Omega) I_3 - (3\Omega) I_2 = 15 \text{ V} \\ I_2 \colon & (3\Omega + 5\Omega + 2\Omega) I_2 - (3\Omega) I_1 - (5\Omega) I_3 = 0 \\ I_3 \colon & (8\Omega + 10\Omega + 5\Omega) I_3 - (8\Omega) I_1 - (5\Omega) I_2 = 0 \end{split}$$

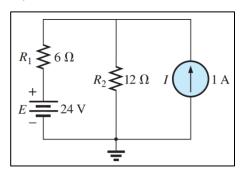
$$11I_1 - 8I_3 - 3I_2 = 15 V$$
 $11I_1 - 8I_3 - 3I_2 = 15 V$ $10I_2 - 3I_1 - 5I_3 = 0$ $10I_2 - 3I_1 - 5I_3 = 0$ $23I_3 - 8I_1 - 5I_2 = 0$ $23I_3 - 8I_1 - 5I_2 = 0$

$$I_3 = I_{10\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -3 & 15 \\ -3 & 10 & 0 \\ -8 & -5 & 0 \\ \hline 11 & -3 & -8 \\ -3 & 10 & -5 \\ -8 & -5 & 23 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -3 & 15 \\ -8 & -5 & 0 \\ \hline -8 & -5 & 23 \end{vmatrix}} = \mathbf{1.22} A$$

4.4. Análisis de nodos (acercamiento general)

Problema 4.4.1.

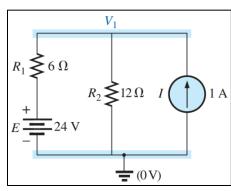
Aplica el análisis nodal al circuito siguiente:



Solución:

El circuito tiene dos nodos, el nodo inferior se define como de referencia a potencial de tierra $0\ V$, y el otro nodo se define como V_1 , el voltaje va desde el nodo 1 a tierra.

Usando la Ley de Kirchhoff para corriente en el nodo V_1



$$I = I_1 + I_2$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

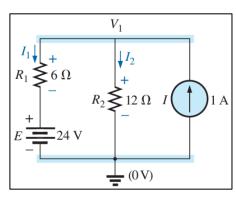
$$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1}$$

$$V_{R1} = V_1 - E$$

$$I = \frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2}$$

$$I = \frac{V_1}{R_1} - \frac{E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{E}{R_1}$$

$$V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{E}{R_1} + 1$$



Sustituyendo

$$V_1 \left(\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{12\Omega} \right) = \frac{24 V}{6\Omega} + 1 A = 4 A + 1 A$$

$$V_1 \left(\frac{1}{4\Omega} \right) = 5 A \qquad V_1 = \mathbf{20} V$$

Obteniendo I_1 e I_2

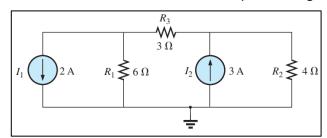
$$I_1 = \frac{V_1 - E}{R_1} = \frac{20 V - 24 V}{6\Omega} = \frac{-4 V}{6\Omega} = -0.67 A$$

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{20 V}{12\Omega} = 1.67 A$$

4.5. Análisis de nodos (acercamiento de formato)

Problema 4.5.1.

Escribe las ecuaciones nodales para el siguiente circuito.



Solución:

Identificar los nodos del circuito V_1 y V_2 , así como la referencia

$$V_1$$
: $\left(\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega}\right) V_1 - \left(\frac{1}{3\Omega}\right) V_2 = -2 A$

$$V_1$$
 R_3
 V_2
 $R_1 \ge 6 \Omega$
 I_2
 $R_2 \ge 4 \Omega$

Reference

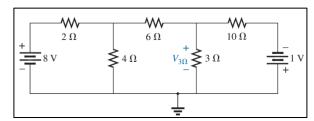
$$V_2: \left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{3\Omega}\right) V_2 - \left(\frac{1}{3\Omega}\right) V_1 = +3 A$$

$$\frac{1}{2}V_1 - \frac{1}{3}V_2 = -2$$

$$-\frac{1}{3}V_1 + \frac{7}{12}V_2 = 3$$

Problema 4.5.2.

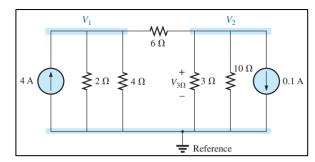
Encuentra el voltaje que pasa a través de la resistencia de 3Ω usando análisis nodal



Solución:

Convirtiendo las fuentes y definiendo los nodos y la referencia

$$\left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{6\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{6\Omega}\right)V_2 = +4 A$$



$$\begin{pmatrix} \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} \end{pmatrix} V_2 - \left(\frac{1}{6\Omega}\right) V_1 = -0.1 A$$

$$\frac{11}{12} V_1 - \frac{1}{6} V_2 = 4$$

$$\frac{11}{12}V_1 - \frac{1}{6}V_2 = 4$$

$$-\frac{1}{6}V_2 + \frac{3}{5}V_2 = -0.1$$

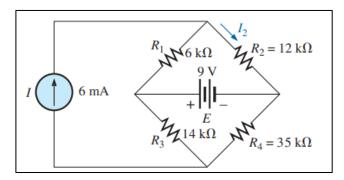
Resultando
$$11 V_1 - 2 V_2 = +48 \ -5 V_1 + 18 V_2 = -3$$
 y en $V_2 = V_{3\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 11 & 48 \\ -5 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -2 \\ -5 & 18 \end{vmatrix}} = \frac{-33 + 240}{198 - 10} = \frac{207}{188} = \mathbf{1}.\mathbf{10} V$

5. TEOREMAS DE REDES

5.1. Teorema de superposición

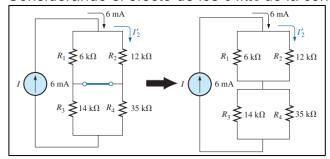
Problema 5.1.1.

Usando el principio de superposición, encuentra la corriente I_2 que pasa a través de la resistencia $12k\Omega$ en el siguiente circuito.



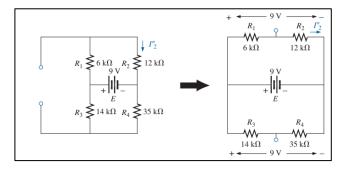
Solución:

Considerando el efecto de los 6 mA de la corriente en la fuente



Regla de la división de corriente:

$$I_2' = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(6k\Omega)(6 \text{ mA})}{6k\Omega + 12k\Omega} = 2 \text{ mA}$$



Considerando el efecto de los 9 V

$$I_2'' = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{9 V}{6k\Omega + 12k\Omega}$$

= 0.5 mA

Al tener la misma dirección al pasar a través de R_2 , $I_2 = I_2' + I_2''$

$$I_2 = 2 mA + 0.5 mA = 2.5 mA$$