

Guia para el examen de matemáticas para el ingreso a la Maestría en Ciencias de Ingeniería en Microelectrónica.

En cada sección del temario se proporcionan problemas prototipo para estudiar y practicar

Tema1.- Cálculo diferencial

Problemas prototipo:

1.-Encuentre las siguientes derivadas respecto a la variable independiente:

Función

a) $f(x) = \sqrt{3x+1}$

b) $h(z) = \frac{8-z+3z^2}{2-9z}$

c) $t(\beta) = \cos[\sin(\beta)]$

d) $f(t) = 4\sec(5t)$

e) $f(x) = \frac{\sin(x)}{1+\cos(x)}$

2.-Encuentre dy/dx utilizando derivación implícita:

Función

a) $8x^2 + y^2 = 10$

b) $2x^3 + x^2y + y^3 = 1$

c) $5x^2 + 2x^2y + y^2 = 0$

d) $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$

, evaluar en (1,1)

Tema2.- Cálculo integral

Problemas prototipo

1. Encuentre las siguientes integrales indefinidas

- a) $\int \frac{x}{4+9x^2} dx$
- b) $\int x \cos(x^2) dx$
- c) $\int (\operatorname{sen} x) e^{\cos x + 1} dx$
- d) $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln x)}{x} dx$
- e) $\int \sqrt{3+5\operatorname{sen} x} (\cos x) dx$
- f) $\int x \operatorname{sen}(2x) dx$
- g) $\int x^2 \cos(x) dx$
- h) $\int x^3 e^{-x} dx$
- i) $\int e^x \cos(5x) dx$
- j) $\int x^2 \ln x dx$
- k) $\int \frac{5x-12}{x(x-4)} dx$
- l) $\int \frac{6x-11}{(x-1)^2} dx$
- m) $\int \frac{-19x^2+50x-25}{x^2(3x-5)} dx$
- n) $\int \frac{4x^2+13x-9}{x^3+2x^2-3x} dx$
- o) $\int \frac{x^2-x-21}{2x^3-x^2+8x-4} dx$

Tema3.-Números complejos

Problemas prototipo:

1. Resuelva las siguientes operaciones con números complejos

a) $(150 + 35i) + (85 + 46i)$

b) $(125 - 32i) - (76 + 82i)$

c) $(4 + 5i)(1 - i)$

d) $(2 - 3i)(-2 + i)$

e) $(3 - 2i)(4 + i)$

f) $\frac{4 + 5i}{1 - i}$

g) $\frac{2 - i}{3 + i}$

h) $\frac{2 + i}{2 - i}$

Tema 4.- Álgebra de matrices

Problemas prototipo:

1. Realice las siguiente multiplicaciones con matrices

a) $\begin{pmatrix} 15 & 31 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 80 & -33 \\ -10 & 12 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 7 & -2 & 1 \\ 20 & 8 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 9 & -2 \\ -31 & 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 7 & -8 \\ -15 & -4 \\ -3 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 3 & -15 \\ 2 & -7 & 8 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 8 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

$$e) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 & 1 \\ 3 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 4 & 2 \\ 5 & 8 & 2 \\ 7 & 1 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Encuentre el determinante de las siguientes matrices:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} -4 & 3 & 5 \\ 9 & 7 & 0 \\ 8 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} -9 & 2 & 0 \\ -8 & 10 & 3 \\ -2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Encuentre la matriz inversa de las siguientes matrices:

$$a) \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 \\ 1 & 8 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 7 & -9 \\ 4 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 9 & -3 \\ 8 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Tema 5.- Productos vectoriales

Problemas prototipo:

1.- Encuentre el producto punto entre los vectores:

$$\vec{A} = (15, 30, 5)$$

$$\vec{B} = (3, 7, -14)$$

2.- Determine la magnitud del vector B sabiendo que:

$$\vec{A} = (3, 7, -5), \vec{A} \bullet \vec{B} = 30, \text{ y } \theta = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

3.- Determine α de tal manera que los vectores sean ortogonales (tengan un ángulo de 90° entre ellos)

$$\vec{A} = (4\alpha, -3, 9)$$

$$\vec{B} = (5, -2, 6)$$

4.- Encuentre el ángulo entre los vectores

$$\vec{A} = (-5, 7, 2)$$

$$\vec{B} = (6, -1, -10)$$

5.- Encuentre el producto cruz entre los siguientes vectores

a) $\vec{A} = (3, 5, -1)$

$$\vec{B} = (2, 4, 8)$$

b) $\vec{A} = (2, -5, 0)$

$$\vec{B} = (1, 7, -3)$$

Tema 6.- Ecuaciones diferenciales

Problemas prototipo:

Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden

a) $\frac{dy}{dx} = (1 + 2x)^2$

b) $\frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0$

c) $x \frac{dy}{dx} = 7y$

d) $\frac{dy}{dx} + N = Nte^{t+2}$

e)
$$\frac{dy}{dx} - 7y = 0$$

f)
$$3 \frac{dy}{dx} + 12y = 4$$

g)
$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1$$

h)
$$(2xy^3 - 4y + 4x - 3)dx + (3x^2y^2 - 4x)dy = 0$$

i)
$$(e^x \sin(y) - 2y \sin(x))dx + (e^x \cos(y) + 2 \cos(x))dy = 0$$

Tema 7.- Series de Fourier

Problemas prototipo:

Encuentre la serie de Fourier trigonométrica de:

a)
$$f(t) = \begin{cases} -5; & \text{para } -\pi < t < 0; \\ 5; & \text{para } 0 \leq t < \pi; \end{cases} \quad T = 2\pi$$

b)
$$f(t) = \begin{cases} 0; & \text{para } -\pi < t < 0; \\ t; & \text{para } 0 \leq t < \pi; \end{cases} \quad T = 2\pi$$

c)
$$f(t) = \begin{cases} 0; & \text{para } -\pi < t < 0; \\ \pi - t; & \text{para } 0 \leq t < \pi; \end{cases} \quad T = 2\pi$$

d)
$$f(t) = \begin{cases} 3; & \text{para } -3 < t < 0; \\ 2t; & \text{para } 0 \leq t < 3; \end{cases} \quad T = 6$$

e)
$$f(t) = t^2 \text{ para } -5 < t < 5$$